

STIMA DELLA PROBABILITÀ DI DEFAULT DAI TASSI DI MERCATO

Si consideri un emittente \mathcal{A} che, per definizione, è considerato “privo di rischio” (*risk-free*): con tale denominazione si intende che \mathcal{A} alla scadenza garantisce, con certezza, la restituzione del denaro prestato da un investitore; naturalmente, oltre alla restituzione del capitale \mathcal{A} riconosce anche un certo *interesse* sull’ammontare prestato.

Pertanto, se chiamiamo R il tasso annuo di interesse ($R > 0$) riconosciuto da \mathcal{A} , un euro investito oggi diviene $(1 + R)$ euro alla scadenza, tra un anno.

Sia invece \mathcal{B} un secondo emittente che, prima della scadenza, potrebbe dichiararsi insolvente e di conseguenza non onorare, in tutto o in parte, l’impegno assunto di rimborsare la somma di capitale e interessi (*montante*). Tale insolvenza è un evento aleatorio, che ha una probabilità (annua) p (*probabilità di default*) di verificarsi¹: per remunerare il “rischio emittente” che l’investitore sopporta prestando denaro a \mathcal{B} , questi riconosce un tasso di interesse annuo r , che evidentemente dovrà essere superiore a R .

Nel caso in cui l’evento di insolvenza si verifichi, la *perdita in caso di default* non è necessariamente uguale al 100% dell’ammontare prestato, in quanto è possibile che l’investitore recuperi una frazione y (detta *tasso di recupero* o *recovery rate*) dell’iniziale euro prestato.

La quantificazione di y è assai problematica, venendo a dipendere, come ben si capisce, da una molteplicità di fattori; per esigenze di calcolo esemplificativo spesso viene convenzionalmente assunto $y = 0.4$.

Se il tasso di recupero è calcolato come percentuale del valore nominale del titolo (ipotesi di *fractional recovery of face value*), $y = 0.4$ significa che l’investitore recupera il 40% dell’importo inizialmente corrisposto per l’acquisto, che si suppone effettuato alla pari, dell’obbligazione, perdendo il restante 60% (naturalmente, la percentuale recuperata del capitale investito è maggiore se l’acquisto è avvenuto sotto la pari, inferiore in caso contrario).

Evidentemente, y dipende dalla tipologia dell’obbligazione: a titolo puramente esemplificativo, nella seguente tabella sono riportati alcuni tassi di recupero medi ricavati sulla base di serie storiche.

tipologia	tasso di recupero
senior garantito	0.5444
senior non garantito	0.3839
senior subordinato	0.3285
subordinato	0.3161
junior subordinato	0.2447

Tabella 1 Tasso di recupero in funzione della tipologia obbligazionaria (fonte: Moody’s, 1982-2006).

La probabilità che \mathcal{B} non dichiari default ed onori il proprio impegno a restituire il capitale ricevuto, maggiorato dagli interessi pattuiti, è evidentemente $1 - p$ (*probabilità di sopravvivenza* dell’obbligazione o

¹si osservi che in effetti p viene tecnicamente a rappresentare una probabilità *per unità di tempo*.

survival probability): ipotizzando un *recovery rate* nullo ($y = 0$), deve quindi valere l'uguaglianza:

$$(1 + r)(1 - p) = 1 + R \quad (1)$$

da cui si ricava immediatamente

$$r = \frac{R + p}{1 - p} \quad (2)$$

Più in generale, se si ammette $y > 0$, nella (2) a p occorre sostituire il termine $p(1 - y)$, dove $1 - y$ rappresenta evidentemente, sotto le ipotesi fatte, la perdita attesa per ogni euro investito: si ha quindi

$$r = \frac{R + p(1 - y)}{1 - p(1 - y)} \quad (3)$$

Da quanto precede, il tasso r riconosciuto dall'emittente "a rischio" \mathcal{B} tiene implicitamente conto della probabilità di dichiarare insolvenza dell'emittente stesso prima della scadenza: per questo motivo si è soliti parlare di *tasso di default implicito*.

Può essere interessante valutare p a partire dal valore del *credit default swap* (CDS), rinvenibile in rete (v. ad esempio www.bloomberg.com), attribuito ad un certo emittente.

Indicato, come sopra, con y il *recovery rate*, si ha allora la semplice relazione

$$p = \frac{CDS}{1 - y} \quad (4)$$

che fornisce una stima utilizzabile nella (3) per il calcolo di r : in particolare, dalla (4) si ha $CDS = p(1 - y)$ che, sostituito nella (3), dà

$$r = \frac{R + CDS}{1 - CDS} \quad (5)$$

Esempio 1 Il valore del CDS di Edison SpA al 21 giugno 2012 è 142.26 pb (ossia $1.4226\% = 0.014226$), da cui, ipotizzando un *recovery rate* pari a 0.54 si ha $p = 0.014226/(1 - 0.54) \approx 0.031 = 3.1\%$.

Ponendo inoltre $CDS = 0.014226$ nella (5) ed assumendo $R = 0.1\% = 0.001$ si ha

$$r = \frac{0.001 + 0.014226}{1 - 0.014226} \approx 0.0154 = 1.54\%$$

Viceversa, è possibile risolvere la (3) rispetto a p , assumendo nel contempo noti i tassi di mercato R e r : in questo modo si esprime la stima della probabilità di default come:

$$p = \frac{r - R}{(1 - y)(1 + r)} \quad (6)$$

dove la differenza $r - R = s$ è spesso detta (*credit*) *spread*.

Esempio 2 Il rendimento a un anno di un'obbligazione di un certo emittente è $r = 4.45\% = 0.0445$; l'analogo rendimento di un titolo di Stato tedesco, considerato *risk-free*, con pari scadenza è $R = 0.1\% = 0.001$. Assumendo $y = 0.54$, dalla (6) si ricava

$$p = \frac{0.0445 - 0.001}{(1 - 0.54)(1 + 0.0445)} = 0.0905 = 9.05\%$$

In particolare, ponendo $y = 0$ la (6) viene ad assumere la forma:

$$p = \frac{s}{1+r} \quad (7)$$

Se si considera un periodo temporale di t anni, la (1) si scrive:

$$(1+r)^t(1-p)^t = (1+R)^t \quad (8)$$

Introducendo la *probabilità di default cumulata* p_c , probabilità complessiva che l'evento di insolvenza dell'emittente si verifichi entro l'arco temporale di t anni, la (8) diviene:

$$(1+r)^t(1-p_c) = (1+R)^t \quad (9)$$

da cui, ad esempio, è possibile calcolare p_c se sono noti r, R, t :

$$p_c = 1 - \left(\frac{1+R}{1+r} \right)^t \quad (10)$$

Esempio 3 Sia $R = 0.62\% = 0.0062$ il rendimento del *bund* quinquennale (valore minimo toccato nell'aprile 2012) e $r = 4.45\% = 0.0445$ il rendimento di un'obbligazione quinquennale di un certo emittente "a rischio": da tali dati si può stimare che il mercato sconti, per l'emittente in questione, una probabilità di default cumulata calcolabile come:

$$p_c = 1 - \left(\frac{1+0.0062}{1+0.0445} \right)^5 = 17.04\%$$

Dalla (10) è infine possibile calcolare il tasso r che teoricamente \mathcal{B} dovrebbe riconoscere, nota p_c :

$$r = \frac{1+R}{\sqrt[t]{1-p_c}} - 1 \quad (11)$$

Si deve da ultimo osservare che le probabilità di insolvenza calcolate a partire dal *credit spread* sono generalmente *superiori* alle probabilità di insolvenza stimate in base alla serie disponibili dei dati storici: ciò si può ricondurre, ad esempio, al fatto che lo *spread* tra rendimento di un *corporate bond* ed un titolo di Stato "privo di rischio" compensa non solo il rischio emittente, ma anche quello di liquidità; inoltre, le probabilità soggettive di insolvenza, che si riflettono sullo *spread*, espresse dagli investitori possono essere (e generalmente sono) più elevate rispetto alle probabilità ricavate da situazioni di insolvenza storicamente determinatesi.

<i>rating</i>	p_{ss} da serie storica	p_{cs} da <i>credit spread</i>	p_{cs}/p_{ss}
AAA	0.04	0.60	15
AA	0.05	0.74	14.8
A	0.11	1.16	10.5
BBB	0.43	2.13	5
BB	2.16	4.67	2.1
B	6.10	7.97	1.3

Tabella 2 Confronto tra probabilità annue percentuali da serie storica e da *credit spread* (1996-2004; *recovery rate* pari al 40%).

Come si deduce facilmente dalla tabella 2, ad esempio, per un emittente caratterizzato da un *rating* AAA, i dati storici danno una probabilità di insolvenza percentuale annua pari a 0.04%, contro un valore calcolato di 0.60% (con sovrastima di un fattore pari a ben 15); gli analoghi valori per un emittente con *rating* AA sono rispettivamente 0.05% contro 0.74% (sovrastima di un fattore 14.8); analogamente, per un emittente con *rating* A si ha 0.11% contro 1.16% (sovrastima di un fattore 10.5).

L'accordo tra valori calcolati e valori ricavati dalla serie storica tuttavia migliora considerando emittenti con *rating* peggiori: ad esempio, per un emittente con *rating* BBB i valori calcolati sovrastimano quelli "empirici" di un fattore 5, che scende a 2.1 per un emittente con *rating* BB e a 1.3 per un emittente con *rating* B.

Ivan Cervesato